8. Γραμμικές πλεγματικές ταλαντώσεις

Προαπαιτούμενες γνώσεις

- ✓ Εξαναγκασμένη ταλάντωση συστήματος συνεζευγμένων διακριτών μαζών
- ✓ Κανονικοί τρόποι ταλάντωσης και ιδιοσυχνότητες
- ✓ Ταλαντώσεις πλέγματος-φωνόνια
- ✓ Ακουστικός και οπτικός κλάδος

Προτεινόμενη Βιβλιογραφία

1) C.Kittel, «Εισαγωγή στη Φυσική Στερεάς Κατάστασης»

2) Π.Βαρώτσος Κ.Αλεξόπουλος «Φυσική Στερεάς Κατάστασης»

Περιεχόμενο της άσκησης

Η άσκηση αυτή, στην οποία μελετώνται συνεζευγμένες ταλαντώσεις δύο ή περισσοτέρων μαζών υπό τον εξαναγκασμό εξωτερικής περιοδικής δύναμης, θα μπορούσε να θεωρηθεί ως μια άσκηση Μηχανικής. Στην ουσία η άσκηση αποσκοπεί στη προσομοίωση των πλεγματικών ταλαντώσεων ενός μονοδιάστατου κρυστάλλου που για τη περίπτωση του κρυσταλλικού πλέγματος είναι μεν μια εξιδανίκευση, πλην όμως χρήσιμη, διότι το πλέγμα συνιστά τη γενίκευσή της στις τρείς διαστάσεις. Με τα όργανα που διαθέτουμε στο σύστημα αεροτροχιών μπορούμε να μετράμε θέσεις και ταχύτητες διαφόρων μαζών οι οποίες είναι συνεζευγμένες με ελατήρια, μεγέθη που είναι απαραίτητα για μια χωροχρονική ανάλυση του φαινομένου των δονήσεων συνεζευγμένων ταλαντώσεων.

Για λόγους κατανόησης της δυναμικής του μηχανισμού που χρησιμοποιείται αρχίζουμε με τη περίπτωση ενός εξαναγκασμένου ταλαντωτή, από όπου μπορούμε να δούμε την ιδιοταλάντωση και ιδιοσυχνότητα του συστήματος και το φαινόμενο συντονισμού. Στη συνέχεια αυξάνουμε τη πολυπλοκότητα του συστήματος χρησιμοποιώντας 2 και κατόπιν 6 συνεζευγμένους ταλαντωτές και παρατηρούμε ότι οι ιδιοταλαντώσεις και οι ιδιοσυχνότητες είναι τόσες όσες και ο αριθμός των ταλαντούμενων μαζών.

Εισαγωγή

Σε μοριακά συγκροτήματα, οι δυνάμεις που αναπτύσσονται σε μικρές μετατοπίσεις μοριακών μονάδων από τις θέσεις ισορροπίας είναι ανάλογες των μετατοπίσεων. Οι δυνάμεις αυτές είναι δυνάμεις επαναφοράς, τείνουν δηλαδή να επαναφέρουν το συγκρότημα στο σχηματισμό ισορροπίας. Γενικά όταν η δύναμη είναι ανάλογή της μετατόπισης οι ταλαντώσεις λέγονται γραμμικές και περιγράφονται μάλιστα από γραμμικές διαφορικές εξισώσεις κίνησης. Η γραμμική περιοχή των ταλαντώσεων, αν και περιορισμένη, είναι υπεύθυνη για πλήθος φαινόμενων, όπως η θερμική συμπεριφορά, και η απορρόφηση και εκπομπή ακτινοβολίας.

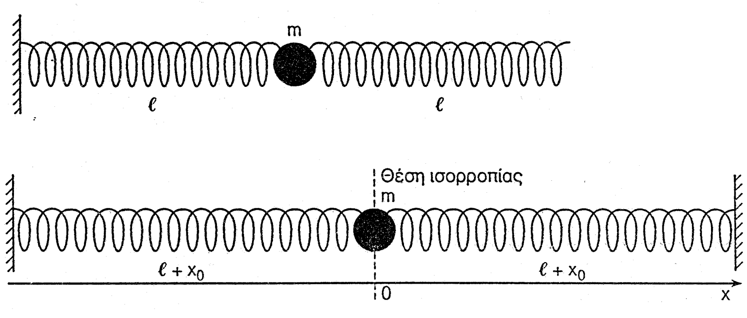
Για γραμμικές μετατοπίσεις οι δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ των ατόμων ενός κρυσταλλικού πλέγματος μπορούν να ληφθούν με το υπό εξέταση φαινόμενο (όπως θερμοχωρητικότης) ως γραμμικές. Στην πραγματικότητα, όμως, οι δυνάμεις αυτές είναι μη γραμμικές και στην περίπτωση του φαινόμενου της Θερμικής διαστολής το μη γραμμικό μέρος των δυνάμεων αυτών ευθύνεται για το φαινόμενο.

Οι γραμμικές ταλαντώσεις, εκτός από τις εφαρμογές, έχουν αξία ως καθαυτό μηχανικό φαινόμενο. Στη φύση παρουσιάζονται με μεγάλη ακρίβεια ως ταλαντώσεις του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου, όπου εδώ δεν υπάρχει περιορισμός στο μέγεθος των ταλαντούμενων μεγεθών, που είναι το ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο.

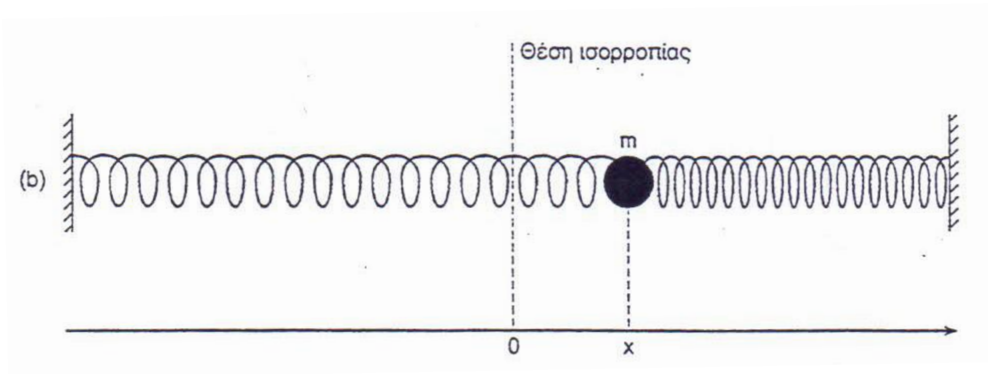
Το ουσιώδες όφελος από το πείραμα μπορεί να προκύψει από δύο ή περισσότερους. συνεζευγμένους ταλαντωτές. 'Ετσι εδώ θα επεξεργαστούμε αρχικά την περίπτωση 2 ταλαντωτών σε γενική περίπτωση. Με βάση την ανάλυση αυτή θα μπορείτε να επεκταθείτε σε γενικότερη περίπτωση με περισσότερες μάζες.

Συνεζευγμένες ταλαντώσεις

Α. Στην εικονιζόμενη διάταξη του σχήματος 1 έχουμε ένα σώμα που έχει συζευχθεί γραμμικά με δύο ελατήρια. Το σώμα είναι δρομέας μάζας m ο οποίος ολισθαίνει σε οριζόντια αεροτροχιά ώστε η τριβή κατά την κίνηση να μειώνεται σε ένα ελάχιστο έτσι που σε πρώτη προσέγγιση να είναι επιτρεπτό να την αγνοούμε. Τα ελατήρια έχουν την ίδια σταθερά k.



Σχήμα 1 α. Το κάθε ένα από τα ελατήρια είναι τεταμένο κατά x_0. Το σώμα υπό την επίδραση των ελατηρίων βρίσκεται σε Θέση ισορροπίας



Σχήμα 1b. Το σώμα (κατά την κίνηση) είναι μετατοπισμένο (τη στιγμή t) στη θέση x.

Η δύναμη στο σώμα από το αριστερό ελατήριο είναι: $-k(x_0 + x)$ (προϊόν εφελκυσμού)

Η δύναμη στο σώμα από το δεξιό ελατήριο: $+k(x_0 - x)$ (προϊόν συμπίεσης)

Και οι δύο δυνάμεις σπρώχνουν το σώμα προς το κέντρο. Συνολική δύναμη:-2kx.

<u>Εξίσωση κίνησης:</u>

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -2kx$$

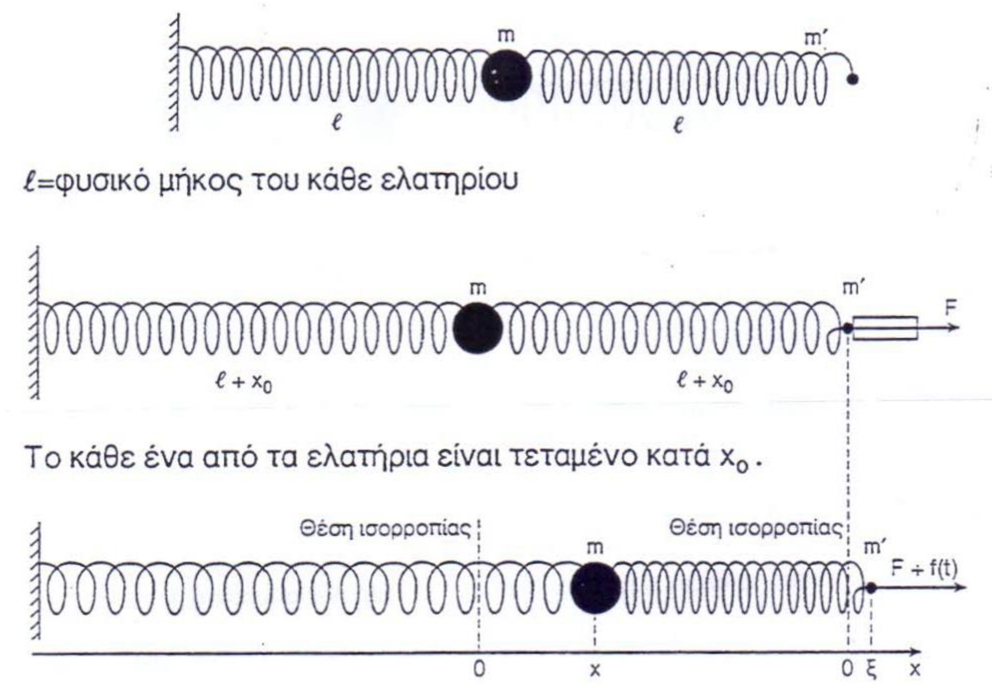
ή

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\Omega^2 x \text{, όπου } \Omega = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

Πρόκειται για απλό αρμονικό ταλαντωτή (φυσικής) συχνότητας $\Omega = (2k/m)^{1/2}$

Β. Στην εικονιζόμενη στο σχήμα 2 διάταξη ο δρομέας τίθεται σε εξαναγκασμένη ταλάντωση μέσω του κινητήρα που προκαλεί μικρές μετατοπίσεις (1 mm περίπου) στο άκρο του δεξιού ελατηρίου ημιτονικής μορφής με το χρόνο.

Στην ουσία εφαρμόζεται επιπροσθέτως δύναμη της μορφής $f(t) = f_0 \sin(\omega t + \varepsilon)$.



Σχήμα 2. Εξαναγκασμένη ταλάντωση (μσσετάδοση της δύναμης f(t) στο σώμα μάζας m).

<u>Εξίσωση κίνησης</u>

Για να δούμε την εξίσωση της κίνησης φανταζόμαστε μια. μικρή μάζα Σχ. 2 στο σημείο όπου εφαρμόζεται η δύναμη. Θεωρούμε ένα (δυνατό) σχηματισμό του συστήματος και γράφουμε για την κάθε μάζα την αντίστοιχη εξίσωση κίνησης, που είναι:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -k(x + x_0) + k(x_0 - x + \xi)$$

$$m'\frac{d^2\xi}{dt^2} = -k(x_0 - x + \xi) + F + f(t)$$

Όπου F είναι η δύναμη που ασκεί ο μηχανισμός που συνδέεται με το δεξιό άκρο του ελατηρίου όταν ο κινητήρας δεν είναι σε λειτουργία. Η δύναμη αυτή συνάγεται από τη δεύτερη εξίσωση ότι είναι

$$F = -k(x_0 - x)$$

Όταν ο κινητήρας τεθεί σε λειτουργία επιπροστίθεται η δύναμη f(t).
Όταν m' → 0 η δεύτερη εξίσωση κίνησης δίνει
f(t)=kξ

Έτσι έχουμε για την κίνηση του δρομέα μας την εξίσωση

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -2kx + f(t)$$

Η εξίσωση αυτή μας λέει ότι έχουμε εξαναγκασμένο ταλαντωτή με ιδία (φυσική) συχνότητα $\Omega = (2k/m)^{1/2}$, που βρήκαμε νωρίτερα.

Μια μερική λύση της πιο πάνω εξίσωσης κίνησης είναι:

$$x_\mu(t) = \frac{f_0}{m}\frac{1}{\Omega^2 - \omega^2}\sin(\omega t + \varepsilon)$$

Η γενική λύση της εξίσωσης είναι:

$$x(t) = A\cos(\Omega t) + B\sin(\Omega t) + x_\mu(t)$$

όπου A και B είναι οι αυθαίρετες σταθερές της λύσης. Δεδομένου ότι κατά την εκκίνηση του κινητήρα ισχύει x(o) = $\dot{x}(o)$ = 0, άρα τόσο το A όσο και το B είναι διάφορα του μηδενός. Έτσι, λοιπόν, περιμένει κανείς να βλέπει μία κίνηση που θα είναι μείγμα δύο συχνοτήτων της Ω (που είναι η ιδιοσυχνότητα του συστήματος) και της ω (που είναι η επιβαλλόμενη από τον κινητήρα). Η κίνηση αυτή θα είναι σχετικά περίπλοκη. Όμως στο πείραμα που θα κάνετε θα δείτε ότι ύστερα από κάποιο διάστημα έχουμε μια απλή κίνηση ανάλογη του sin(ωt+ε). Τι συμβαίνει;

Το τι συμβαίνει είναι απλό. Υπάρχει μια μικρή τριβή που συντελεί ώστε τελικά το κομμάτι της λύσης από την ομογενή εξίσωση να εξαφανίζεται και να μας επιτρέψει να μετρήσουμε την ιδιοσυχνότητα του συστήματος. Έτσι και λίγη τριβή είναι καμιά φορά χρήσιμη.

Πάμε τώρα στην εξίσωση με τη μικρή τριβή,

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\Omega^2 x - \lambda\frac{dx}{dt} + \frac{f_0}{m}\sin(\omega t + \varepsilon)$$

όπου λ έχει διαστάσεις αντίστροφου χρόνου. Ο χρόνος αυτός είναι ο γνωστός σας χρόνος αποκατάστασης του συστήματος. Είναι ο χρόνος που θα περιμένουμε να αποσβεστεί η ιδία κίνηση του συστήματος και έτσι να παραμείνει η κίνηση που προκαλεί η έξωθεν επιβολή.
Τότε η λύση παίρνει τη μορφή:

$$x(t) = \exp\left(-\frac{\lambda}{2}t\right)\left[A\cos\Omega' t + B\sin\Omega' t\right] + \frac{f_0}{m}\frac{1}{\left(\Omega^2-\omega^2\right)^2 + \lambda^2\omega^2}\left[\left(\Omega^2-\omega^2\right)\sin(\omega t+\varepsilon) - \lambda\omega\cos(\omega t+\varepsilon)\right]$$

όπου $\Omega' = \left[\Omega^2 - (\lambda/2)^2\right]^{1/2}$ είναι η συχνότητα του συστήματος όπως είναι διαμορφωμένη από την τριβή.

Όπως βλέπετε το μέρος της ομογενούς λύσης τελικά θα αποσβεστεί και θα παραμείνει η μερική λύση

$$x_\mu(t) = \frac{f_0}{m}\frac{1}{\left(\Omega^2-\omega^2\right)^2+\lambda^2\omega^2}\left[\left(\Omega^2-\omega^2\right)\sin(\omega t+\varepsilon)-\lambda\omega\cos(\omega t+\varepsilon)\right]$$

$$= \frac{f_0}{m}\left[\left(\Omega^2-\omega^2\right)^2+\lambda^2\omega^2\right]^{-1/2}\sin(\omega t+\varepsilon-\phi)$$

όπου φ δίνεται από τη σχέση

$$\tan\phi = \frac{\lambda\omega}{\Omega^2-\omega^2}$$

Κοιτάξτε τον τελευταίο τύπο και στις δύο μορφές του και παρατηρείστε τι γίνεται όταν πλησιάζουμε τον συντονισμό ω=Ω από αριστερά και από δεξιά.

Παρατηρείστε ότι η συχνότητα ελεύθερης ταλάντωσης του δρομέα όταν έχουμε τριβή είναι μετρήσιμη για πολύ μικρή τριβή (Ωλ«1)

Ω'=Ω

Γ. Θεωρείστε την περίπτωση δύο μαζών και διαφορετικές σταθερές ελατηρίων όπως στην εικονιζόμενη διάταξη στο Σχ. 3. Το στιγμιότυπο (γ) αποτελεί ένα δυνατό σχηματισμό κατά την κίνηση.

Κάνοντας χρήση του πιο πάνω (βολικού) σχηματισμού μπορείτε να βρείτε ότι οι εξισώσεις της κίνησης είναι:

$$m_1\frac{d^2x_1}{dt^2} = -(\kappa+\kappa_0)x_1 + \kappa_0 x_2$$

$$m_2\frac{d^2x_2}{dt^2} = -\kappa_0 x_1 - (\kappa+\kappa_0)x_2$$

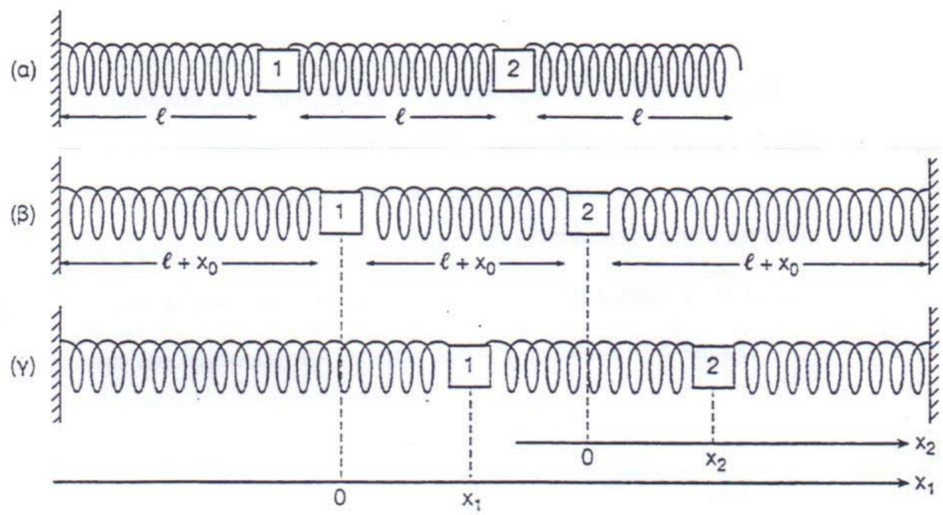
Οι εξισώσεις αυτές σας είναι χρήσιμες για να βρείτε τις ιδιοσυχνότητες και ιδιοκινήσεις του συστήματος.

Οι ιδιοκινήσεις είναι κινήσεις όπου και τα δύο "άτομα" του συστήματος κάνουν περιοδική κίνηση με την ίδια συχνότητα και την ίδια φάση, δηλαδή αν ω είναι ιδιοσυχνότητα η αντίστοιχη ιδιοκίνηση περιγράφεται από σχέσεις της μορφής

$$x_1(t) = x_1\sin(\omega t+\phi)$$

$$x_2(t) = x_2\sin(\omega t+\phi)$$

όπου x_1, x_2 είναι τα πλάτη των αντίστοιχων "ατομικών" κινήσεων.



Σχήμα 3. (α) Τα ελατήρια ατέντωτα στο φυσικό τους μήκος. Οι μάζες των "ατόμων" 1 και 2 είναι m_1 και m_2 αντίστοιχα. Τα ακραία ελατήρια έχουν σταθερά κ και το μεσαίο κ_0 .
(β) Τα ελατήρια είναι τεταμένα κατά x_0 τα ακραία και το μεσαίο κατά x_0' και τα "άτομα" 1 και 2 βρίσκονται στις θέσεις ισορροπίας τους.
(γ) Στιγμιότυπο όταν το σύστημα είναι σε κίνηση. "Άτομο" 1 μετατοπισμένο κατά x_1 από τη Θέση ισορροπίας του και "άτομο" 2 μετατοπισμένο κατά x_2 από τη θέση ισορροπίας του τη στιγμή t.

Τώρα προχωρούμε στον υπολογισμό των ιδιοσυχνοτήτων.

Το πρόβλημα με 2 ή και 3 άτομα επιλύεται αναλυτικά. Μπορείτε αν θέλετε να κάνετε χρήση του Mathematica. Διερωτάται κανείς πώς για μια πειραματική άσκηση ανακατεύουμε υπολογισμούς και υπολογιστικές μηχανές. Μα ακριβώς εδώ έγκειται ενισχυμένη η αξία της άσκησής μας. Έχουμε την δυνατότητα να επιβεβαιώνουμε πειραματικά τη θεωρία μας και κάτι καλύτερο, ίσως: οι λογαριασμοί μας όπως θα δείτε στην πράξη μας καθοδηγούν πού θα ψάξουμε για τις μετρήσεις μας. *Με τον τρόπο αυτό θέτουμε σε αλληλεπίδραση θεωρία και πείραμα από τον συνδυασμό των οποίων συντελείται η υπέρτατη κατανόηση της λειτουργίας της φύσης και παρέχει στην πιο τέλεια μορφή διανοητική ευχαρίστηση που μπορεί να πάρει κανείς από τη φυσική*

Κατά τη θεωρία η εξίσωση που δίνει τις ιδιοσυχνότητες του προβλήματος για δύο μάζες είναι η εξής:

$$\begin{vmatrix} \omega^2 - \dfrac{\kappa+\kappa_0}{m_2} & \dfrac{\kappa_0}{m_1} \\ \dfrac{\kappa_0}{m_2} & \omega^2 - \dfrac{\kappa+\kappa_0}{m_2} \end{vmatrix} = 0$$

Οι γενικότητες με τις διαφορετικές μάζες και σταθερές ελατηρίων σας δίνονται σε περίπτωση που θέλετε να πειραματιστείτε με ειδικές περιπτώσεις με αντιστοιχία στην πράξη. Όμως, προκειμένου για να δει κανείς την σύμφωνη και ασύμφωνη κίνηση και να καταλάβει πως η σύμφωνη κίνηση δεν αλληλεπιδρά με την ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία έστω και αν τα σωματίδια μας είναι δύο αντίθετα φορτισμένα ιόντα αρκεί να θεωρήσουμε την περίπτωση όπου $m_1 = m_2$ και $\kappa = \kappa_0$. Στην περίπτωση των ατόμων βέβαια δεν έχουμε τα ακραία ελατήρια. Όμως, προχωρούμε και στην περίπτωση μας έχουμε:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{\kappa}{m}} = \omega_0\,, \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{3\kappa}{m}} = \sqrt{3}\omega_0$$

Μπορείτε ακόμη να βρείτε ότι με τη μικρή ιδιοσυχνότητα συνδέεται η σύμφωνη κίνηση (τα ιόντα κινούνται εν φάση δηλαδή πάνε μαζί στην ίδια κατεύθυνση) ενώ με τη μεγάλη συνδέεται η ασύμφωνη κίνηση (τα ιόντα κινούνται με αντίθετη φάση δηλαδή κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις). Επειδή η ιδιοκίνηση που σχετίζεται με την πρώτη συχνότητα δεν παρουσιάζει σημαντική μεταβολή στην σχετική απόσταση μεταξύ των δύο ιόντων και επειδή, λόγω του μεγάλου μήκους κύματος του ηλεκτρομαγνητικού κύματος στην οπτική περιοχή, έναντι της σχετικής απόστασης των ιόντων δεν έχουμε παραγωγή έργου (Θετική ή αρνητική) από την επίδραση του ηλεκτρικού πεδίου κατά την κίνηση των ιόντων. Αυτή τη συχνότητα όπου τα άτομα συμπιέζουν ή αποπιέζουν ελαφρά μαζί την λέμε και ακουστική συχνότητα.

Τώρα στην περίπτωση της μεγάλης συχνότητας με την ασύμφωνη κίνηση όπου η σχετική απόσταση μεταξύ των ιόντων μεταβάλλεται (αυτό το βλέπετε πολύ συχνά στο πείραμά μας) το ηλεκτρικό πεδίο παράγει έργο. Μια συχνότητα που αντιστοιχεί σε τέτοια ιδιοκίνηση λέγεται οπτική. Αυτό μπορείτε να το λογαριάσετε εύκολα. Πάρετε για απλότητα σύμφωνη δέσμη κάθετη στη κίνηση και πολωμένη στην κατεύθυνση της κίνησης. Τα ιόντα σας έχουν φορτία, πέστε +q και -q με μετατοπίσεις x_1 και x_2.

Αν E(t) είναι η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου κατά μήκος του διπόλου, τότε το έργο του πεδίου στο +q σε χρόνο t είναι

$$w_1 = \int_0^t qE(\tau)\dot{x}_1(\tau)d\tau$$

ενώ το έργο του πεδίου στο -q είναι

$$w_2 = \int_0^t -qE(\tau)\dot{x}_2(\tau)d\tau$$

και το ολικό έργο είναιss

$$w = \int_0^t qE(\tau)[\dot{x}_1(\tau) - \dot{x}_2(\tau)]d\tau$$

Όπως βλέπετε, από τη στιγμή που η σχετική απόσταση των φορτίων μεταβάλλεται, τότε το κύμα, μέσω του πεδίου του, παράγει έργο στο δίπολο, θετικό ή αρνητικό. Σε μια τέτοια περίπτωση το κύμα δίνει ή παίρνει ενέργεια από το δίπολο. Με τα λίγα που εξηγήσαμε πιο πάνω καταλαβαίνετε γιατί η κίνηση όπου τα ιόντα κινούνται με αντίθετες φάσεις (η ασύμφωνη στην περίπτωση αυτή) λέγεται οπτική καθώς και η αντίστοιχη συχνότητα.

Δ. Περίπτωση όπου στο ένα άκρο του ελατηρίου εφαρμόζεται εξωτερική δύναμη f(t).

Στη διάταξη σας η δύναμη εφαρμόζεται στο άκρο του αριστερού ελατηρίου. Ακολουθώντας πορεία ανάλογη με την αντίστοιχη περίπτωση Α με ένα ταλαντωτή οι εξισώσεις για την κίνηση των μαζών 1 και 2, (όταν οι μάζες είναι ίσες καθώς και οι σταθερές των ελατηρίων) παίρνουν τη μορφή

$$m\frac{d^2x_1}{dt^2} = -2\kappa x_1 + \kappa x_2 + f(t)$$

$$m\frac{d^2x_2}{dt^2} = -\kappa x_1 + 2\kappa x_2$$

Ὁπως είδαμε λεπτομερώς στην περίπτωση με τη μία μάζα η εφαρμογή περιοδικής δύναμης με συχνότητα ίση προς δεδομένη ιδιοσυχνότητα του συστήματος επιβάλλει μετά από αρκετό χρόνο την αντίστοιχη ιδιοκίνηση.

Εκτέλεση της άσκησης

1. Θέσετε τον δρομέα σε ελεύθερη ταλάντωση και μετρήστε την περίοδο της κίνησης από τον χρόνο 10 (για παράδειγμα) πλήρων ταλαντώσεων και βρείτε την συχνότητα του ταλαντωτή.

2. Μεταβάλετε τη μάζα του δρομέα και βρείτε τη νέα συχνότητα. Συγκρίνετε τον λόγο των δύο συχνοτήτων και συσχετίστε τον με το λόγο των μαζών.

3. Θέσατε το δρομέα σε ταλάντωση μέσω του κινητήρα και φτιάξτε το διάγραμμα πλάτους έναντι διεγείρουσας συχνότητας. Βρείτε τη συχνότητα Ω από τη θέση του μέγιστου πλάτους.

4. Χρησιμοποιείστε 2 ίσες μάζες και ελατήρια της ίδιας σταθεράς. Τα άκρα των ακραίων ελατηρίων πακτωμένα. Μετατοπίστε τις δύο μάζες χωρίς μεταβολή της μεταξύ τους απόστασης και αφήστε τες ελεύθερες. Βρείτε με το ηλεκτρονικό χρονόμετρο την συχνότητα της ελεύθερης ταλάντωσης (ακουστική συχνότητα).

5. Απομακρύνετε τις δύο μάζες εξ' ίσου από τη Θέση ισορροπίας τους και βρείτε την συχνότητα της ασύμφωνης (οπτικής τώρα) κίνησης.

6. Συγκρίνετε τους λόγους των συχνοτήτων που βρήκατε με τις υπολογισμένες ω_1, ω_2 για την περίπτωση σας. Ταυτοποιείστε την ακουστική και οπτική συχνότητα. (Ιδέ C. Kittel, Εισαγωγή στη Φυσική Στερεάς Καταστάσεως, σελ. 107).

7. Θέσατε τον κινητήρα σε λειτουργία φτιάξτε σχεδιάγραμμα του πλάτους των κινήσεων έναντι της επιβαλλόμενης συχνότητας. Αυτό που θα βρείτε θα είναι το φάσμα του συστήματος σας. Για το σκοπό αυτό κάνετε χρήση του συχνομέτρου. Οι ενδείξεις του συχνομέτρου σε Hz δεν ταυτίζονται με τη συχνότητα ωθήσεων του έκκεντρου του κινητήρα ο οποίος προκαλεί τη περιοδική δύναμη για την εξαναγκασμένη ταλάντωση του συστήματος. Η αναγωγή γίνεται δια διαιρέσεως της εκάστοτε ένδειξης του συχνομέτρου με τον παράγοντα 48. Προσπαθήστε να δώσετε μία εξήγηση του γιατί έχετε μεγαλύτερο πλάτος στη σύμφωνη κίνηση σε σύγκριση με το πλάτος που έχετε στην ασύμφωνη κίνηση, υπό συνθήκης ίσης ενέργειας.

8. Πάρτε ως δεδομένες, κατόπιν υπολογισμών στον υπολογιστή, τις ιδιοσυχνότητες και τα ιδιοδιανύσματα που αντιστοιχούν σε σύστημα 6 μαζών (για ευκολία σας ίσες και με την ίδια σταθερά ελατηρίων)

9. Καθοδηγηθείτε από τα υπολογιστικά δεδομένα για να πετύχετε με προσεκτική μεταβολή της συχνότητας του διεγείροντος αιτίου, τις έξη ιδιοκινήσεις του συστήματος σας και δείτε τη ταύτιση των θεωρητικών αποτελεσμάτων με τα αντίστοιχα πειραματικά.

Παρατηρείστε ότι η χαμηλότερη ιδιοσυχνότητα αντιστοιχεί σε κύμα σχετικά σύσσωμης μετακίνησης του συστήματος και ότι η μεγαλύτερη ιδιοσυχνότητα σε κύμα με τη μεγαλύτερη δυνατή σχετική κίνηση των ατόμων μεταξύ τους. Ποια από τις δύο ιδιοκινήσεις θα αντάλλασε με προσπίπτον ηλεκτρομαγνητικό κύμα φωτόνια, αν τα άτομα σας ήταν εναλλάξ θετικά και αρνητικά ιόντα

10. Με βάση τις μετρήσεις σας φτιάξτε σχεδιαγράμματα στιγμιότυπα, των διαφόρων ιδιοκινήσεων, όταν έχετε τη μέγιστη απομάκρυνση από τη Θέση ισορροπίας. Στον άξονα των x τοποθετείστε τις θέσεις ισορροπίας των ατόμων και στον άξονα των y τις αντίστοιχες απομακρύνσεις. Ενώστε τα διάφορα (x,y) σημεία με συνεχή καμπύλη και πάρετε την εικόνα του κύματος που αντιστοιχεί στην κάθε ιδιοκίνηση. Βρείτε τα αντίστοιχα μήκη κύματος, λ, και φτιάξτε διάγραμμα των διαφόρων συχνοτήτων έναντι των αντίστοιχων κυματικών αριθμών $q = \frac{2\pi}{\lambda}$.